FENOMENI DI TRASPORTO ANOMALO IN SISTEMI SELF-GRAVITANTI CON INTERAZIONI A LUNGO RAGGIO

Alessandro Torcini[1]

[1] Dipartimento di Energetica "S. Stecco", via S. Marta n. 9 - I-50139 Firenze

Abbiamo voluto studiare quale é l'effetto della presenza di potenziali attrattivi a lungo raggio sulle proprietá dinamiche e termodinamiche di un sistema ad N corpi in 2-d. Esempi di tali sistemi sono rappresentati da sistemi gravitazionali a molti corpi e da modelli 2-d per la turbolenza, quali i modelli "point-vortices".
Il potenziale piú realistico che riproduca le interazioni suddette é il potenziale di Coulomb in 2-d $V(r) \propto log(r)$, ma per poterlo trattare piú facilmente ne abbiamo considerato solo i primi 3 termini della sua espansione in modi di Fourier. La corrispondent Hamiltoniana puó scriversi come :

$$H = \sum_{i=1}^{N} \frac{p_{x,i}^2 + p_{y,i}^2}{2} + \frac{1}{2N} \sum_{i,j}^{N} [3 - cos(x_i - x_j) - cos(y_i - y_j) - cos(x_i - x_j)cos(y_i - y_j)]$$

questa é una generalizzazione a 2-D del modello recentemente introdotto in [1].
Studiando la dinamica di singola particella in tale sistema si nota che tipicamente la diffusione non e' regolata dalla legge di Einstein, ma che lo spostamento quadratico medio (SQM) é proporzionale al tempo t elevato ad una potenza α maggiore di 1. Consistentemente la funzione di autocorrelazione della velocitá presenta una coda a tempi lunghi che decade come $t^{\alpha-2}$. Questo fenomeno va sotto il nome di diffusione anomala (o superdiffusione) [2].
Si é inoltre osservato che al crescere della energia si passa da una situazione in cui tutte le particelle sono "clusterizzate" (cioé raccolte in una parte molto limitata della scatola) ad una ove sono distribuite su tutta la scatola. Al di sopra di una energia critica E_c il cluster sparisce e contemporaneamente α diventa uguale a 2 (caso corrispondente al moto di particella libera), al di sotto di E_c, ove esiste il cluster, al crescere di E una corrispondente crescita in α é osservata, che passa da 1.3 a 2.0. Questa e' la prima volta che la diffusione anomala viene rilevata in un sistema di N particelle interagenti e che inoltre é legata ad una transizione di fase.
Un aspetto in interessante, é la dipendenza dal numero finito di particelle N della dinamica osservata. In particolare, per N finito si ha che a tempi sufficientemente lunghi la diffusione torna ad essere normale da anomala che era. Questo effetto e' legato al fatto che un numero finito di particelle agisce come una sorgente di rumore per il modello di "campo-medio" qui studiato. Al crescere di N si osserva diffusione anomala per tempi sempre piú lunghi e nel limite di numero infinito di particelle la diffusione normale non é riottenibile a nessun tempo. Questo perché al crescere di N il potenziale autoconsistente

visto da ogni singola particella, proprio per la interazione a lungo raggio, risulta sempre meno fluttuante nel tempo.
La transizione studiata da fase clusterizzata a fase non clusterizzata é molto peculiare, in particolare si osserva che esiste un intervallo di energie per cui (nell'insieme microcanonico) il sistema é caratterizzato da un calore specifico negativo : la corrispondente instabilitá é stata largamente studiata in astrofisica e va sotto il nome di "catastrofe gravo-termica" [3] Tale apparente inconsistenza termodinamica fu risolta da Hertel e Thirring in Ref. [4], ove mostrarono la non equivalenza dei risultati canonici e microcanonici in prossimitá della regione di transizione. Le simulazioni e l'analisi teorica per il presente sistema ad N-corpi con interazione a lungo raggio confermano la teoria di Hertel e Thirring sviluppata per un semplice modello di "lattice gas" con interazioni a corto raggio [5].

1. M. Antoni e S. Ruffo, *Phys. Rev.* E **52**, 2361 (1995); V. Latora, A. Rapisarda e S. Ruffo, *Phys. Rev. Lett.* **80** 692 (1998).

2. T. Geisel in "Levy Flights and related topic in Physics", eds. M.F. Shlesinger et al. (Springer Verlag, Berlin, 1995) p. 153 (e referenze ivi riportate).

3. D. Lynden-Bell and R. Woo, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* **138** 495 (1968).

4. P. Hertel and W. Thirring, *Ann. of Physics* **63** 520 (1970).

5. M. Antoni and A. Torcini, *Phys. Rev. E* in fase di stampa quale Rapid. Comm. (1998) (*cond-mat/9801008*).